

今日の目標：スケジューリング問題の練習問題解答

例題 1 (レポート 締め切り 9月 16日 (水))

あるファミリーレストランでは、24時間のシフトを組んでいる。各時間帯での必要人数は以下のようなものである。従業員は8時間勤務で8:00、12:00、16:00、20:00、24:00、4:00から勤務を開始できる。このとき、8:00、12:00、16:00、20:00、24:00、4:00から勤務を開始する人数をそれぞれ $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ として最少人数でこのシフトを構成する問題を線形計画問題として定式化しなさい。さらに、Rを用いて定式化した問題を解きなさい。

時間帯	必要人数
8:00-12:00	11
12:00-16:00	8
16:00-20:00	14
20:00-24:00	9
24:00-4:00	5
4:00-8:00	4

(解説)

1. 変数は何か

x_1 : 8時出勤の人数

x_2 : 12時出勤の人数

x_3 : 16時出勤の人数

x_4 : 20時出勤の人数

x_5 : 24時出勤の人数

x_6 : 4時出勤の人数

2. 目的関数

問題文から、目的はシフトに入る人数の総和の最小化。これを式で表すと

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^6 x_i$$

3. 制約条件

出勤時間	時間帯					
	8:00-12:00	12:00-16:00	16:00-20:00	20:00-24:00	24:00-4:00	4:00-8:00
8:00						
12:00						
16:00						
20:00						
24:00						
4:00						
必要人数	11	8	14	9	5	4

$x_1 + x_6 \geq 11$ (8:00-12:00 の時間帯に勤務する人数は 11 人以上)

$x_1 + x_2 \geq 8$ (12:00-16:00 の時間帯に勤務する人数は 8 人以上)

$x_2 + x_3 \geq 14$ (16:00-20:00 の時間帯に勤務する人数は 14 人以上)

$x_3 + x_4 \geq 9$ (20:00-24:00 の時間帯に勤務する人数は 9 人以上)

$x_4 + x_5 \geq 5$ (24:00-4:00 の時間帯に勤務する人数は 5 人以上)

$x_5 + x_6 \geq 4$ (4:00-8:00 の時間帯に勤務する人数は 4 人以上)

$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 6$

R で解いてみてください。(最適解は 30 人になります)

例題 2 (余裕のある人向け)

12.4-8. Speedy Delivery provides two-day delivery service of large parcels across the United States. Each morning at each collection center, the parcels that have arrived overnight are loaded onto several trucks for delivery throughout the area. Since the competitive battlefield in this business is speed of delivery, the parcels are divided among the trucks according to their geographical destinations to minimize the average time needed to make the deliveries.

On this particular morning, the dispatcher for the Blue River Valley Collection Center, Sharon Lofton, is hard at work. Her three drivers will be arriving in less than an hour to make the day's deliveries. There are nine parcels to be delivered, all at locations many miles apart. As usual, Sharon has loaded these locations into her computer. She is using her company's special software package, a decision support system called Dispatcher. The first thing Dispatcher does is use these locations to generate a considerable number of attractive possible routes for the individual delivery trucks. These routes are shown in the following table (where the numbers

in each column indicate the order of the deliveries), along with the estimated time required to traverse the route.

Delivery Location	Attractive Possible Route									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1				1				1	
B		2		1		2			2	2
C			3	3			3		3	
D	2					1		1		
E			2	2		3				
F		1			2					
G	3						1	2		3
H			1		3					1
I		3		4			2			
Time (in hours)	6	4	7	5	4	6	5	3	7	6

Dispatcher is an interactive system that shows these routes to Sharon for her approval or modification. (For example, the computer may not know that flooding has made a particular route infeasible.) After Sharon approves these routes as attractive possibilities with reasonable time estimates, Dispatcher next formulates and solves a BIP model for selecting three routes that minimize their total time while including each delivery location on exactly one route. This morning, Sharon does approve all the routes.

(a) Formulate this BIP model.

(b) Use the computer to solve this model.

(解説)

1. 変数

x_i : ルート i を採用するかどうか (0-1 変数), $i=1, \dots, 10$

2. 定数

T_i : ルート i の所要時間, $i=1, \dots, 10$

a_{ij} : ルート i に配達地 j が含まれているかどうか (1:含まれている、0:いない)

3. 目的関数

$$\sum_{i=1}^n T_i x_i$$

4. 制約条件

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 3$$

$$\sum_{i=1}^{10} a_{ij} x_i = 1$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, 10$$

R を利用して解いてみてください。