システム工学　モデリングとシミュレーション

今日の目標：シミュレーション---R による M/M/1 のシミュレーション

M/M/1(∞)
到着分布：ポアッソン分布
サービス時間分布：指数分布　　(M はマルコフの M)
窓口数：１
系内人数の上限なし

記号の定義（再掲）
λ ：顧客の平均到着率
μ ：平均サービス率
$\rho = \lambda / \mu$ ：利用率（ <1）
n：系内人数
P_n ：系内人数が n である確率
L：系内にいる顧客の平均人数
L_Q：待ち行列内にいる顧客の平均人数
W：系内に顧客が滞在する平均待ち時間
W_Q：系内に顧客が滞在する平均待ち時間

［リトルの公式］
システムが平衡状態にあるとき、

$$L = \lambda W$$

ポアッソン分布の確率関数　$p(x) = \frac{\lambda^x}{x!} \mathrm{e}^{-\lambda}$

指数分布の密度関数　$f(x) = \mu \mathrm{e}^{-\mu x}$

R のスクリプト　以下のような　sumulation.R　でシミュレーションができる。

```
#RによるM/M/1のシミュレーション
#到着率
lambda<-1.0
#サービス率
mu<-1.5
#サンプル数
n=20
#顧客の到着時間（指数分布）
arv=cumsum(rexp(n,lambda))
#顧客のサービス時間（指数分布）
srv=rexp(n,mu)
#顧客が系から抜ける時刻の初期化
dep=numeric(n+1)#0を初期値とする
#顧客が系から抜ける時刻の計算(dep[1]には0が残る)
for(i in 2:(n+1))dep[i]=max(arv[i-1],dep[i-1])+srv[i-1]
#グラフの作成
tmax=max(arv+srv)
plot(c(0,arv),0:n,xlim=c(0,tmax),ylim=c(0,n),type="s")
par(new=TRUE)
plot(dep, 0:n,xlim=c(0,tmax),ylim=c(0,n), type="s", col=2)
#平均系内滞在時間の計算
tstay<- dep[c(-1)]-arv
mstay<-mean(tstay)
print("average time spent in the sysytem")
mstay
#リトルの公式による平均系内人数の計算
queue<-lambda*mstay
print("#customers in the sysytem")
queue
#-----------------------------
#系内人数のグラフ
plot.new()
ttab=cbind(c(arv,dep),c(rep(1,n),0,rep(-1,n)))
ttab=ttab[order(ttab[,1]),]
stay=cumsum(ttab[,2])
plot(ttab[,1],stay,type="s")
```