

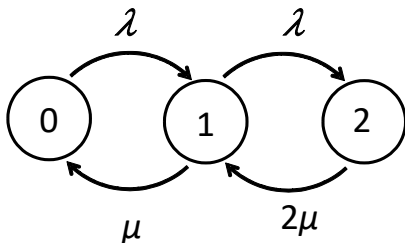
例題 2

M/M/2(2)の待ち行列について以下の問に答えなさい。ただし、 λ は顧客の平均到着率、 μ は平均サービス率をあらわす。

1. この待ち行列の状態遷移図を描きなさい。
2. 系内人数を n , 系内人数が n である確率を P_n ($n=0,1,2$) として, 状態方程式を示しなさい。
3. 状態方程式を解いて P_n ($n=0,1,2$) を求めなさい。 P_n ($n=0,1,2$) は窓口の利用率 $\rho = \lambda / \mu$ であらわすこと。
4. 顧客が到着して待ち時間なくサービスが受けられるのはどのようなときか。簡単に説明してその確率を ρ であらわしなさい。
5. 平均系内人数 L を ρ であらわしなさい。リトルの公式を用いて, 平均系内滞在時間 W を求めなさい。
6. ある事務所では, 電話回線を 2 本契約し, 同じ番号で電話を受けられるようにしている。顧客からの電話の平均到着率を 0.1 回/分, 平均の通話時間を 15 分として呼損率を求めなさい。答えを求める過程もわかるように解答すること。

[略解]

1.



2. 状態方程式は、

$$\begin{aligned} \lambda P_0 &= \mu P_1 \\ \lambda P_0 + 2\mu P_2 &= (\lambda + \mu) P_1 \\ P_0 + P_1 + P_2 &= 1 \end{aligned}$$

3. これらを解くと、

$$\begin{aligned} P_0 &= (1 + \rho + \frac{1}{2}\rho^2)^{-1} \\ P_1 &= \rho(1 + \rho + \frac{1}{2}\rho^2)^{-1} \\ P_2 &= \frac{1}{2}\rho^2(1 + \rho + \frac{1}{2}\rho^2)^{-1} \end{aligned}$$

4. 窓口が2つだから、系内人数が1以下ならば、待つことなくサービスを受けられる。

$$P_0 + P_1 = (1 + \rho)(1 + \rho + \frac{1}{2}\rho^2)^{-1}$$

5. 平均系内人数は、 $L = P_1 + 2P_2 = (\rho + \rho^2)(1 + \rho + \frac{1}{2}\rho^2)^{-1}$

リトルの公式から、 $W = L/\lambda = \frac{1}{\lambda}(\rho + \rho^2)(1 + \rho + \frac{1}{2}\rho^2)^{-1}$

6. $\lambda=0.1$, $\mu=1/15$ とすると、 $\rho = 1.5$ 、呼損率は、 P_2 だから、約 0.31